Схема логических элементов

***Решение***

Булева функция

(x1\*⌐x2v⌐x1v(x2|⌐x1))\*(x2⊕x3)

Таблица истинности

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x1 | x2 | x3 | ⌐x2 | x1&(⌐x2) | ⌐x1 | (x1&(⌐x2))v(⌐x1) | x2|(⌐x1) | ((x1&(⌐x2))v(⌐x1))v(x2|(⌐x1)) | x2⊕x3 | (((x1&(⌐x2))v(⌐x1))v(x2|(⌐x1)))&(x2⊕x3) |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |

При решении были использованы таблицы истинности следующих операций.

Операция ИЛИ — логическое сложение (дизъюнкция, объединение)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | y | x v y |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Операция И — логическое умножение (конъюнкция)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | y | x & y |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Исключающее ИЛИ, сумма по модулю 2 (XOR)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | y | x ⊕ y |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

Штрих Шеффера (И-НЕ)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x | y | x | y |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

Операция НЕ — логическое отрицание (инверсия)

|  |  |
| --- | --- |
| x | ⌐x |
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

**Совершенная дизъюнктивная нормальная форма формулы** (СДНФ) это равносильная ей формула, представляющая собой дизъюнкцию элементарных конъюнкций, обладающая свойствами:

1. Каждое логическое слагаемое формулы содержит все переменные, входящие в функцию F(x1,x2,...xn).

2. Все логические слагаемые формулы различны

3. Ни одно логическое слагаемое не содержит переменную и её отрицание

4. Ни одно логическое слагаемое формулы не содержит одну и ту же переменную дважды.

**Совершенная конъюнктивная нормальная форма формулы** (СКНФ) это равносильная ей формула, представляющая собой конъюнкцию элементарных дизъюнкций, удовлетворяющая свойствам:

1. Все элементарные дизъюнкции содержат все переменные, входящие в функцию F(x1,x2,...xn)

2. Все элементарные дизъюнкции различны

3. Каждая элементарная дизъюнкция содержит переменную один раз

4. Ни одна элементарная дизъюнкция не содержит переменную и её отрицание

**Построение полинома Жегалкина**.

Представим функцию в виде полинома по модулю два:

f(x1,x2,x3)=a0⊕a1x1⊕a2x2⊕a3x3

Подставляя значения функции и переменных из набора №0, получим:

0=a0⊕a10⊕a20⊕a30

откуда a0=0

Используя аналогичным образом набор №1, получим (с учетом того, что a0=0):

1=0⊕a10⊕a20⊕a31

откуда a3=1

Из набора №2:

1=0⊕a10⊕a21⊕1\*0

откуда a2=1

Из набора №4:

0=0⊕a11⊕1\*0⊕1\*0

откуда a1=0

Подставляя полученные значения коэффициентов в выражение, где значения переменных и функции соответствуют набору №3, получим:

0=0⊕0\*0⊕1\*1⊕1\*1

что является истиной.

Подставляя полученные значения коэффициентов в выражение, где значения переменных и функции соответствуют набору №5, получим:

1=0⊕0\*1⊕1\*0⊕1\*1

что является истиной.

Подставляя полученные значения коэффициентов в выражение, где значения переменных и функции соответствуют набору №6, получим:

1=0⊕0\*1⊕1\*1⊕1\*0

что является истиной.

Подставляя полученные значения коэффициентов в выражение, где значения переменных и функции соответствуют набору №7, получим:

0=0⊕0\*1⊕1\*1⊕1\*1

что является истиной.

Отсюда следует, что функция линейна и может быть представлена как:

f(x1,x2,x3)=0⊕0⊕0⊕x3=0⊕x3

**Минимизация булевой функций методом Квайна**.

**Этап I. Операция попарного неполного склеивания**.

Сравниваем попарно все конъюнкции (минтермы 3-го ранга) и применяем там, где это возможно, правило склеивания.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | Склеивание | Результат |   |
| 0 | {1,5} |  | + |
| 1 | {2,6} |  | + |

Сравниваем попарно все конъюнкции (минтермы 2-го ранга) и применяем там, где это возможно, правило склеивания.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | Склеивание | Результат |   |
| 0 | {0} |  |   |
| 1 | {1} |  |   |

Этап II. Операция поглащения (покрытия).

На втором этапе составляется импликантная таблица или таблица поглощений (перекрытий). Данная таблица позволяет упростить применение правила поглощения и одновременно отследить, все ли исходные конъюнкции (импликанты) учитываются в упрощенном выражении.

В импликантную таблицу входят все исходные конъюнкции (в столбцах) и все конъюнкции, подвергшиеся склеиванию на последнем этапе (в строках), включая те, которые не склеились (если они имеются). В таблице на пересечении строки и столбца, к минтермам которых может быть применено правило поглощения, ставится отметка.

После проставления всех отметок выбираются ядра (ядро) упрощенной функции.

Ядро функции – это та сокращенная импликанта, которая единолично перекрывает какие-либо столбцы таблицы (т.е. в этих столбцах стоит только одна отметка).

Упрощенная функция может иметь несколько ядер или не иметь их вообще. Если функция имеет ядро(а), то оно(и) должно(ы) обязательно присутствовать в минимальной формуле. Если функция не имеет ядра, то условно за ядро принимается та сокращенная импликанта, которая является наиболее простой и одновременно перекрывает как можно больше столбцов исходных импликант функции.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  | 1 |   | 1 |   |
|  |   | 1 |   | 1 |

Ядро:

Таким образом, получаем упрощенный методом Квайна вариант функции: f = ядро + дополнения

**Метод диаграмм Вейча**.

Метод позволяет быстро получать минимальные ДНФ булевой функции f небольшого числа переменных. В основе метода лежит задание булевых функций диаграммами некоторого специального вида, получившими название диаграмм Вейча.

Решение было получено и оформлено с помощью сервиса:

[Создание схемы логических элементов](https://www.semestr.online/graph/logic-gate.php)

Вместе с этой задачей решают также:

[Таблица истинности](https://math.semestr.ru/inf/table.php)